



XXII Санкт-Петербургская
астрономическая олимпиада
заочный отборочный тур, решения

2014–2015

1 декабря
15 января

11 класс

1. Где чаще можно наблюдать полярные сияния — в Ленинградской области или на той же широте в Канаде? Почему?

Решение:

В Канаде. Дело в том, что интенсивность полярных сияний зависит от расстояния до магнитного полюса Земли и уменьшается с ростом расстояния, а северный магнитный полюс Земли находится ближе к Канаде.

2. В центре нашей Галактики находится сверхмассивная черная дыра с массой $4 \cdot 10^6$ масс Солнца. Оцените радиус этой черной дыры.

Решение:

Радиусом черной дыры принято считать так называемый «гравитационный радиус» (или «радиус Шварцшильда», по величине совпадающий с расстоянием от центра черной дыры, на котором скорость убегания (она же параболическая или II космическая) равна скорости света c . Как известно, скорость убегания равна

$$v^2 = \frac{2GM}{r},$$

где M — масса притягивающего тела, а r — расстояние от его центра. Следовательно, «радиус» черной дыры R равен

$$R = \frac{2GM}{c^2} = \frac{2 \cdot 7 \cdot 10^{-11} \cdot 4 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{(3 \cdot 10^8)^2} \approx 10^{10} \text{ м,}$$

т.е. около 10 миллионов км.

3. Самолет, движущийся с постоянной скоростью 2000 км/ч, вылетел из точки на экваторе Земли и начал двигаться по локсодроме (линии, пересекающей все меридианы под одним и тем же углом) с углом, равным 60° . Куда прилетит самолет и какое время займет полет?

Решение:

Самолет будет двигаться по спирали, сходящейся к одному из географических полюсов. При этом время полета до полюса будет определяться проекцией скорости на меридиан, равной $2000 \text{ км/ч} \cdot \cos 60^\circ = 1000 \text{ км/ч}$. Так как расстояние от экватора до полюса по поверхности Земли составляет около 10 тыс. км (четверть окружности земного экватора), то время полета будет равно 10 часам.

4. С космической станции был случайно выброшен металлический стержень квадратного сечения, толщиной $a = 10$ см и длиной L . Какая длина L была у этого стержня, если известно, что кувыркаясь в полете, стержень меняет свой блеск на 1 звездную величину.

Решение:

Изменение звездной величины стержня связано с тем, что, кувыркаясь, он поворачивается к наблюдателю сторонами, имеющими разные площади. То, что стержень меняет свою звездную величину на 1, означает, что наибольшая и наименьшая площади отличаются примерно в 2.5 раза (точнее в $\sqrt{100}$ раз). Наименьшая площадь равна a^2 , а наибольшая — $a \cdot L$, следовательно их отношение равно L/a . Таким образом, $L = 2.5 \cdot a = 25$ см.

5. Температура белого карлика составляет $1.8 \cdot 10^4$ К, его радиус — $1/90$ радиуса Солнца, а расстояние до него — 33 световых года. Чему равна видимая звездная величина белого карлика?

Решение:

Как известно, светимость звезды L может быть выражена через ее радиус R и температуру T как

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4.$$

Записав аналогичное выражение для Солнца и разделив одно равенство на другое, получим

$$\frac{L}{L_{\odot}} = \left(\frac{R}{R_{\odot}}\right)^2 \left(\frac{T}{T_{\odot}}\right)^4.$$

Поскольку температура Солнца $T_{\odot} \approx 6 \cdot 10^3$ К, получаем, что $L/L_{\odot} = (1/90)^2 \cdot 3^4 = 10^{-2}$, т.е. светимость белого карлика в 100 раз меньше светимости Солнца.

Известно, что разница на два порядка по светимости соответствует разнице абсолютных звездных величин на 5^m . Так как абсолютная звездная величина Солнца $M_{\odot} \approx +5^m$, получаем, что абсолютная звездная величина белого карлика $M \approx +10^m$.

По определению абсолютной звездной величиной называется та видимая звездная величина, которую имел бы объект, если бы находился на стандартном расстоянии 10 пк. Однако, так как в одном парсеке примерно 3.3 светового года, у данного белого карлика видимая и абсолютная звездные величины совпадают. Следовательно, ответ задачи — $+10^m$.